



# Séances ordinaires comportant une dimension historique Quels enseignements ?

Thomas Barrier – Thomas de Vittori – Anne-Cécile Mathé



## Le projet EDU-HM\* (Étude Didactique sur l'Usage de l'Histoire des Mathématiques)

Le potentiel de l'histoire pour l'enseignement des mathématiques n'est plus aujourd'hui un sujet de débat. Notre projet entend décrire les effets didactiques de l'usage d'une dimension historique dans les pratiques ordinaires d'enseignement secondaire et supérieur et en étudier les conséquences nécessaires du point de vue de la formation des enseignants. Au sein du Laboratoire de Mathématiques de Lens (LML), la présence d'historiens et de didacticiens a permis de construire un groupe de travail sur certaines questions. L'approche qui est la nôtre privilégie une posture pragmatique en puisant, au besoin, les concepts didactiques qui s'avèrent éclairants.

\* ce projet a fait l'objet d'une demande de subvention dans le cadre de l'appel « Projets émergents » de la région Nord - Pas de Calais

Les séances que nous avons à notre disposition portent sur des domaines variés : polygones et constructions géométriques en sixième, modélisation et mesure en quatrième, résolution algébrique ou géométrique de problèmes en troisième.

Notre travail s'organise autour de deux types de questions :

- Dans quelle mesure la dimension historique des séances participe-t-elle au fonctionnement de ces situations d'apprentissage ?
- Quels sont les savoirs historiques visés par l'enseignant ?

## Insertion d'une activité dans un contexte historique : quels effets didactiques ?

### Une étude de cas : l'usage d'un instrument géométrique inhabituel, historiquement motivé

#### Quelques résultats issus de l'analyse a priori et a posteriori d'une activité de classe ordinaire

#### L'activité, la tâche des élèves

**Activité :** Transposition didactique de méthodes de construction avec un piquet et une corde, décrites dans les *Sulbasutras* (textes, Inde, du 5e au 3e siècle avant notre ère, Keller (2000)). Finalité : construction d'autels sacrificiels.

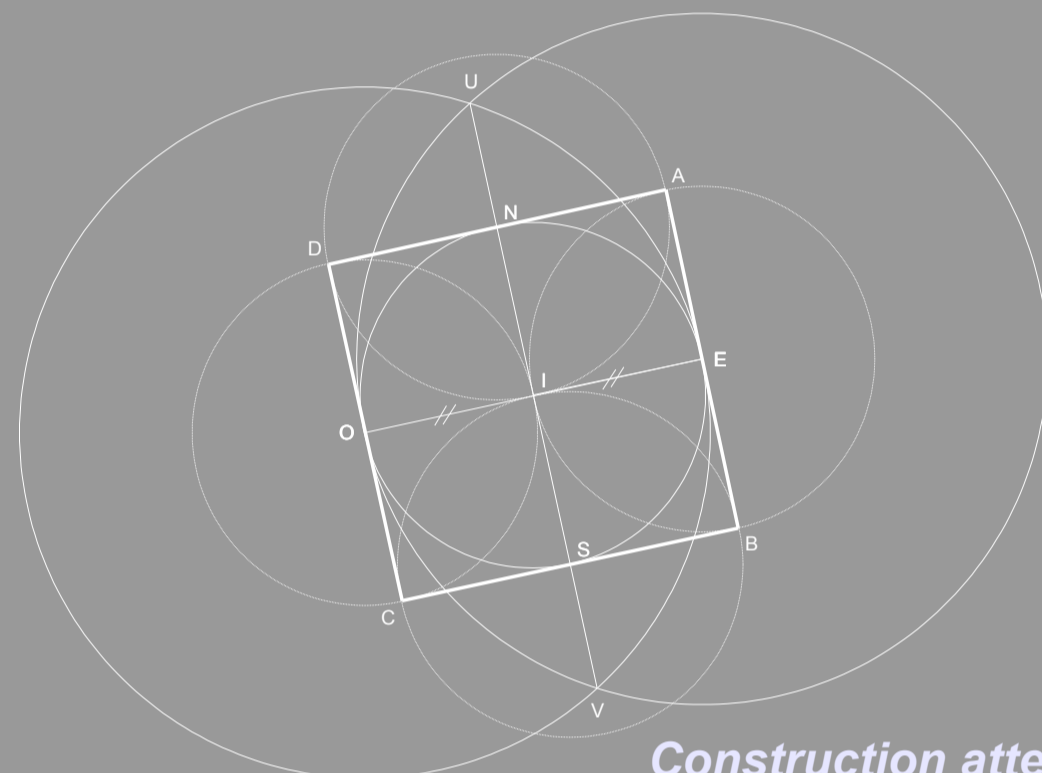
**Tâche des élèves :** construire un carré sur le sol de la cour, à l'aide d'une corde et d'une craie, « comme le faisaient les mathématiciens indiens ». Classe répartie en groupes de trois élèves.

#### Ancrage historique et dévolution

Dimension historique de l'activité explicite dans la fiche, dans le discours de l'enseignant (longue phase dialoguée, au début de l'activité, autour du rappel de connaissances historiques diverses). Plus que de construire des connaissances historiques, il s'agit d'installer l'activité des élèves (enjeux, outils...).

L'inscription de l'activité proposée dans une pratique contextualisée est un levier fort de la dévolution de la situation.

#### Instruments géométriques historiques et activité des élèves



Construction attendue

« Faire des constructions géométriques comme les mathématiciens indiens » : des contraintes sur l'action des élèves - restriction et choix des instruments et déplacement d'activités de constructions « classiques » dans le méso-espace de la cour.

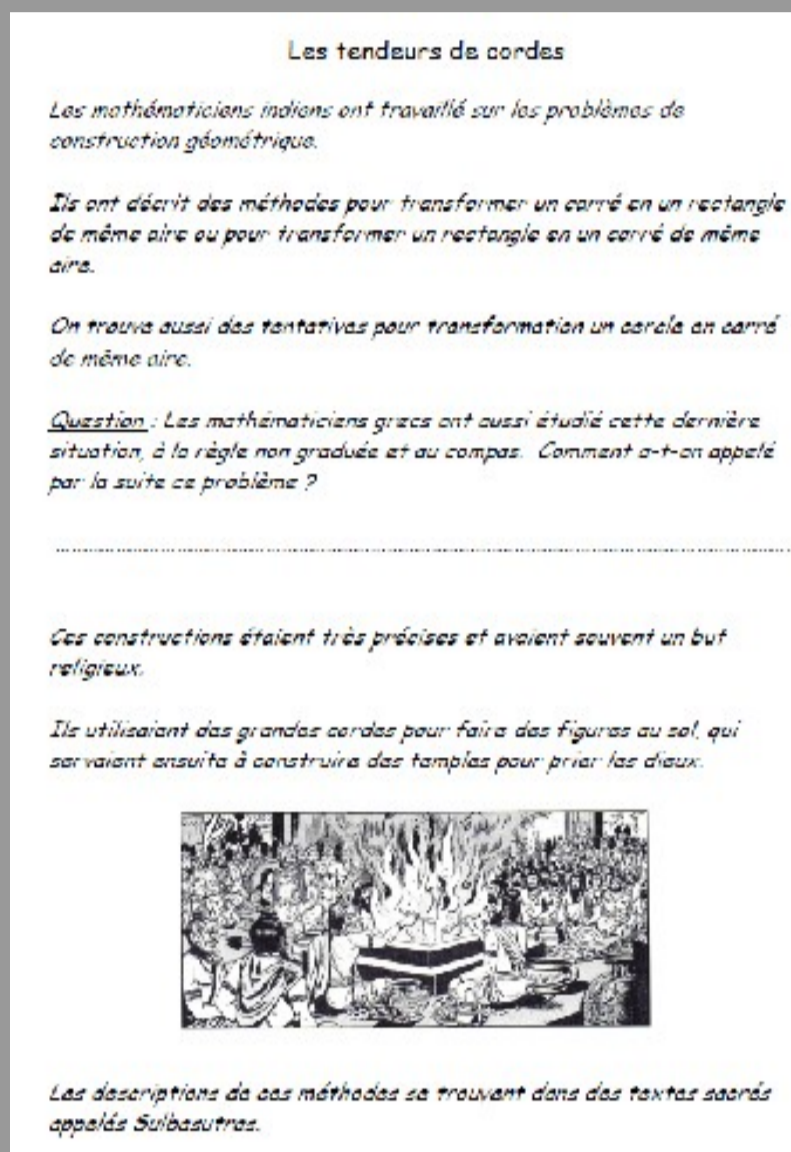
**Pour l'action, il devient nécessaire d'interroger certaines propriétés ou caractérisations des objets géométriques en jeu (propriétés souvent portées de manière non questionnée, naturalisée, par les instruments classiques).**

- **Construction du milieu d'un segment avec corde :** une prise en compte nouvelle de la propriété d'alignement du milieu avec les extrémités du segment., portée par la règle de façon implicite. Il ne suffit pas de plier la corde en deux, il faut aussi s'assurer que le point construit appartient au segment.

- **Tracer un cercle avec une corde :** mise en œuvre de la propriété d'équidistance « de la ligne » ou de l'ensemble des points du cercle au centre, propriété portée par le compas.

#### Quels apprentissages ?

- **Du côté des connaissances géométriques – propriétés et caractérisations du milieu d'un segment, d'un cercle de centre et de rayon (ou diamètre) donnés**  
Outils pour la résolution du problème... mais quelle capacité des élèves à formuler les propriétés géométriques permettant de justifier l'usage des instruments ? Potentialités du changement d'instruments : induire des difficultés qui génèreraient des phases de débat (Pourquoi ça ne marche pas ? Qu'est-ce qu'il faut pour que ça marche ?) et/ou donner lieu à une explicitation des propriétés mises en œuvre (« Pourquoi ça marche ? »).
- **Du côté des connaissances historiques**  
Mobilisées de façon déclarative... mais activité géométrique : faire vivre les connaissances historiques et amener les élèves à éprouver la manière dont les indiens appréhendaient, via les instruments qu'ils utilisaient, des objets géométriques qui leurs sont familiers.



Voici la méthode utilisée pour construire un carré à l'aide d'une corde. Lis bien le texte, tu vas devoir construire un carré en suivant cette méthode. Il a été traduit en langage actuel.

- Tendre une corde de la longueur correspondant au côté du carré qu'on veut construire.
- Marquer au sol ses extrémités O et E et son milieu I.
- Tracer le cercle de diamètre [OE] et les cercles de rayon [OE].
- Ces deux grands cercles se coupent en U et en V.
- Tendre une corde entre U et V.
- Marque N et S ses intersections avec le petit cercle.
- Les points U, N, I, S et V sont alignés dans cet ordre.
- Trace les cercles de centres respectifs E, O, N et S dont le rayon mesure la moitié de EO.
- Ces quatre cercles se recoupent deux à deux en A, B, C et D.
- Ces quatre points sont les sommets du carré.

En suivant ces instructions, construis un carré à l'aide du matériel qui t'as été donné.

Fiches distribuées aux élèves

## Itinéraire d'un enseignant



Le corpus dont nous disposons est constitué de séances menées par Hervé Loeuille, actuellement en poste au collège Y.Coppens à Lannion. Hervé ne se considère pas comme un spécialiste en histoire, ses connaissances dans ce domaine relèvent principalement d'une culture personnelle.

Je suis autodidacte, j'ai commencé à apprendre des choses en achetant des petits magazines, Science et Vie, Science et Vie Junior, qui régulièrement, tous les ans traitent un peu les mêmes thèmes.

Sur la question de ce choix d'un support historique, Hervé raconte que le début de cette aventure est surtout le fait de rencontres :

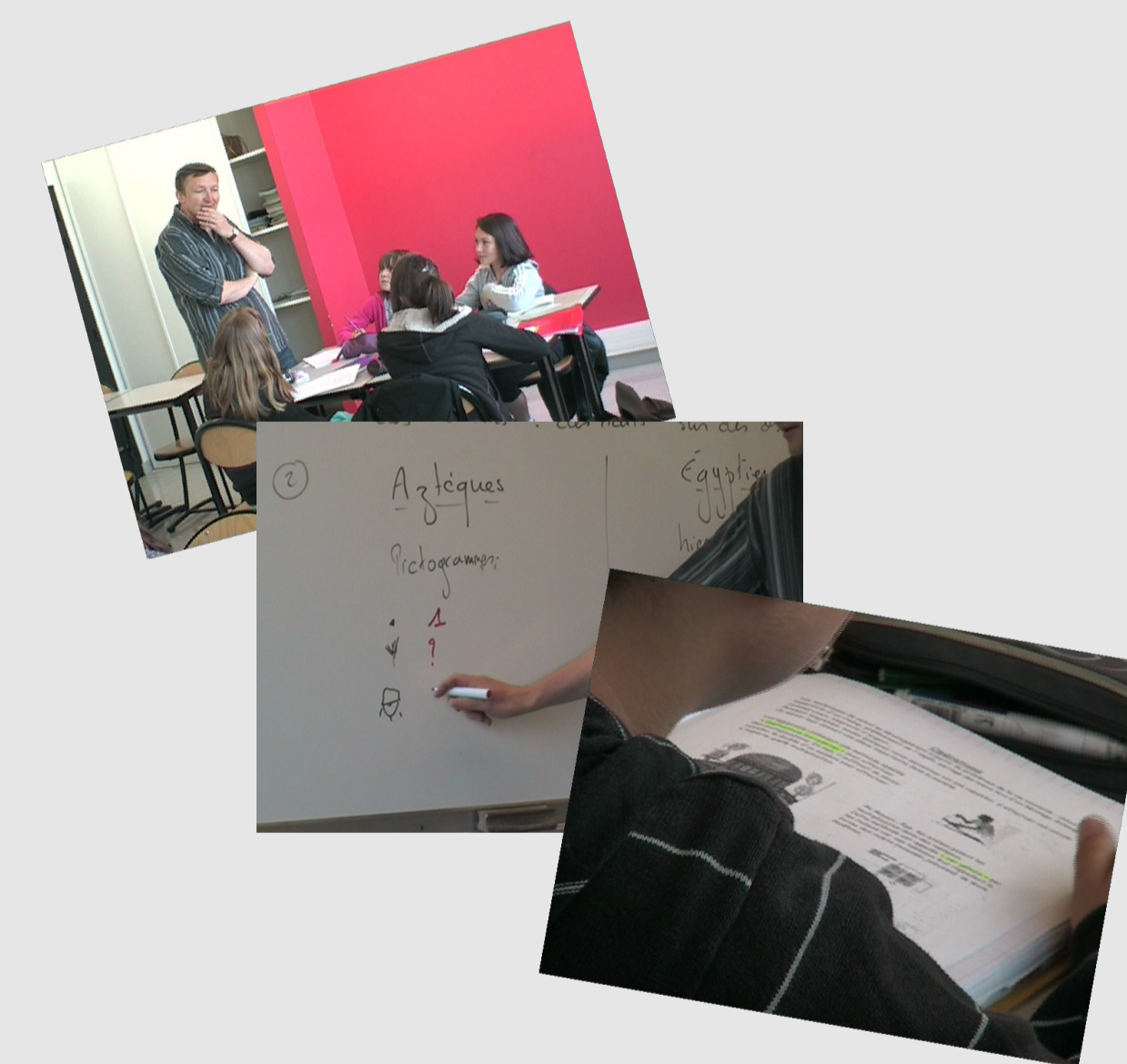
En faisant des stages de formation continue, j'ai eu la chance de rencontrer des formateurs, qui étaient assez férus d'histoire des maths. J'ai commencé comme ça à récolter des petits bouts d'activités, des petits supports, des petits textes etc. J'en parlais en classe mais c'était un peu éparse, ce n'était pas structuré, c'était de la fantaisie, voilà.

À la suite de ce premier contact avec l'histoire des mathématiques, ce qui n'était qu'une simple fantaisie a pris une place de plus en plus importante comme réponse à une demande institutionnelle.

Vers 1999, 2000, Ségolène Royale avait amené la lecture en classe. Et donc, j'ai eu à faire faire de la lecture. Je ne savais pas trop ce que j'allais leur faire lire et je me suis dit : après tout, on va prendre des extraits d'ouvrages parlant d'histoire des mathématiques sur des sujets qu'on étudie en classe. Les premiers textes que j'ai fait lire c'était sur les numérations égyptiennes. C'était intéressant.

Pour Hervé, l'introduction d'une perspective historique dans ses cours résulte d'abord d'un goût pour cette dimension des mathématiques, mais aussi et surtout d'une forte volonté d'enseigner.

Les enfants finalement accrochaient bien, et puis ils reconnotaient le texte à des activités qu'on avait pu faire. Et donc je me suis dit : puisque ça à l'air de leur plaire, je vais essayer de systématiser. Je crois que l'année 2000 devait être l'année mondiale des mathématiques, et donc c'est comme ça que j'ai commencé à systématiser les références à l'histoire des mathématiques dans mes cours. C'était un moyen de participer à cette année mondiale des maths à mon petit niveau, à mon échelle. C'est comme ça que j'ai commencé.



## Les savoirs historiques à l'œuvre : connaissances des élèves et action du professeur

L'étude de séances comportant une dimension historique nécessite la prise en compte des connaissances transmises et acquises relativement à ce domaine.

### Où ?

L'ensemble des séances filmées en 2006 et 2011 montre une assez grande richesse quant au lieu de la dimension historique dans la séance. Nous pouvons distinguer quatre genres différents :

- (1) des extraits de textes anciens (sources)
- (2) des textes introductifs dans les fiches élèves (contexte)
- (3) le discours de l'enseignant («histoire à écouter»)
- (4) l'activité en elle-même («histoire à vivre»)

Les points (1) et (2) constituent une forme d'adaptation des pratiques des historiens des sciences. Depuis quelques décennies, cette dimension de l'usage de l'histoire des mathématiques a souvent été étudiée et une quantité assez importante de littérature a été produite à son propos.

Pour notre corpus, l'analyse de vidéos de séances de classe réelles montre que ces deux premiers aspects sont complétés par deux autres non moins importants.

Durant les séances, nous avons pu remarquer la présence de temps où le professeur raconte (point (3)), explique et donc transmet des contenus relatifs à l'histoire. Une partie du discours est une redite de ce qui se trouve sur les fiches élèves, mais une autre s'ajoute. Au cours de ces temps qui peuvent être soit des échanges avec la classe, soit des monologues, l'enseignant réorganise les connaissances historiques et établit des liens avec l'évolution de la discipline.

Plus ou moins visible selon les séances, le point (4) quant au lieu de l'histoire en classe concerne la mise en œuvre des activités. Sur nos vidéos, il apparaît que les différentes tâches proposées aux élèves constituent en soi une dimension historique. Dans les deux séances sur la mesure des grandeurs inaccessibles et sur le tracé du carré avec des cordes (cf. ci-dessus), l'usage des instruments et outils constitue une histoire «à vivre» dans laquelle les élèves s'impliquent très volontiers. Faire des mathématiques «comme les anciens» est aussi une forme d'apprentissage de l'histoire.

### Quoi ?

Les connaissances historiques précises que souhaite transmettre l'enseignant sont généralement assez difficiles à cerner. En effet, ces dernières sont la plupart du temps implicites tant parce qu'elles sont propres à chaque enseignant que parce qu'elles ne font l'objet d'aucune demande institutionnelle précise. Nous avons cependant dans notre corpus des temps où transparaît la volonté de transmettre une connaissance historique de la part du professeur. Les temps de dévolution sont souvent utilisés pour accueillir un discours de type historique.

Au delà des temps de mise en route des activités, ce travail sur la relation de l'enseignant aux différents savoirs peut être analysé assez finement dans l'un des films à notre disposition. Il s'agit d'une séance très particulière au cours de laquelle Hervé propose à ses élèves de sixième de faire un bilan de leurs connaissances sur les systèmes de numération.

Hervé : Voilà... alors aujourd'hui on va retravailler un p'tit peu sur euh... sur les nombres... sur l'histoire des nombres, l'écriture des nombres. Et puis euh... on va essayer de faire un petit bilan de ce que vous avez retenu depuis le début de l'année, on en a parlé... euh... assez régulièrement et euh... on va, je vais vous laisser d'abord dans un premier temps chercher en groupe... pour voir c'est qui vous reste. Puis après on fera un p'tit bilan. Puis ensuite on relancera l'activité.

Hervé : Bon ! Allez (frappe dans les mains), on fait un p'tit point pour la première euh... première question. Allez Maxence (le pointe du doigt) tu nous lis la première euh... la première chose la p'tite introduction tu nous relis ça s'il te plaît. Eh! chut, eh ! Merci ! On écoute. Vas-y Maxence.

Maxence : Quand des hommes eurent envie de compter ce qu'il y avait autour d'eux (des hommes, des bêtes, des choses), ils durent aussi trouver des moyens pour conserver le résultat. Le principe était de faire une marque pour chaque chose : une chose comptée, une autre chose comptée, une autre chose comptée.

Hervé : D'accord, question numéro un donc connais-tu des méthodes utilisées par nos très lointains ancêtres. Alors qu'est-ce que vous m'avez retrouvé, ici dans ce groupe-là, vous avez trouvé quelque-chose ?

Maxence : Euh... des bouliers.

Hervé : Des bouliers ! (perplexe)

Maxence : Euh j'sais pas si ça s'appelle comme ça...

Hervé : Le boulier c'est euh... c'est euh... une invention qu'est euh... très très très lointaine ça ? Qu'est-ce que vous pensez de sa, de l'idée du boulier ? (interpelle la classe)

Élèves : (brouhaha indistinct)

Hervé : Bon euh le boulier c'est p't'être un p'tit peu plus récent quand même. Là on est vraiment au niveau de la préhistoire, hein. On cherche quelque-chose de très lointain. Vous avez trouvé quoi (désigne de la main un autre groupe).

Élève 1 : La division euclidienne

Hervé : La division euclidienne déjà nos euh... nos euh... ancêtres très lointains...

Élève 1 (parle en même temps que Hervé) : La multiplication

Hervé : ... euh... avaient déjà fait tout ça. On n'est... euh... là tu es sur une technique de calcul, on n'est plus sur du comptage (pause) d'accord, c'est pas ça je on tu tu prends un peu d'avance. Oui (désignant un autre groupe), qu'est-ce t'as trouvé ?

Élève 2 : (lisant ce qu'elle a écrit sur sa feuille) Bin, euh, les hommes préhistoriques mettaient un caillou pour chaque nombre dans un pain d'argile

Hervé : (se dirige vers le tableau) Alors des cailloux dans des... boules...

Élève 2 : D'argile

Hervé : D'argile. Bon bin voilà (prend un feutre) un caillou dans une boule d'argile (commence à écrire au tableau) donc on pouvait compter avec des cailloux... (écrit des cailloux au tableau et se retourne vers la classe) des cailloux, alors tu as dis des boules d'argile c'est ça ?

Élève 2 : Oui

Hervé : Bon, (recommence à écrire) des cailloux dans des boules d'argiles (écrit dans des boules d'argile) des cailloux dans des boules d'argile. (écrit 1 entouré devant la réponse) ça c'était pour la première (se reprenant) est-ce que quelqu'un a trouvé autre chose, se souvenait de d'autres idées (un élève lève la main) oui

**Action du professeur**  
Dans cette première partie de séance qui ne repose que sur la mémoire, le jeu du professeur consiste à sélectionner parmi les réponses des élèves celles qui correspondent à ses objectifs.

**Savoirs des élèves**  
Les élèves sont capables de mobiliser de nombreuses connaissances : des techniques de comptage et de calcul, des symboles de numérations anciennes, des idées quant à l'évolution des mathématiques, ...

#### Références

- Barbin É. (ed.), Stehlíková N. (ed.), Tzanakis C. (ed.) (2008). *History and epistemology in mathematics education*, Proceedings of the 5<sup>th</sup> European summer university ESU5.
- Brousseau G. (1998). *Théorie des situations didactiques*, Grenoble : La pensée sauvage.
- Dorier J.-L. (2000). «Recherche en Histoire et en Didactique des Mathématiques sur l'Algèbre linéaire – Perspectives théorique sur leurs interactions», *Les cahiers du laboratoire Leibniz*, 12.
- De Vittori T. (à paraître 2012), *History in mathematics teaching: current problems and new proposals*, Almagest.
- De Vittori T. (en ligne sur le site de la Corfem), Vidéo et histoire des mathématiques dans l'enseignement : la recherche au cœur de la formation. *Actes Colloque CORFEM, Quelle utilisation des vidéos dans la formation initiale ou continue ?* Besançon, 16 et 17 juin 2011.
- De Vittori T. (2009). Former des enseignants à l'histoire des sciences : Analyse et enjeux d'une pratique en mathématiques. *Petit x*, n°80.
- Guillemette D. (2011), L'histoire dans l'enseignement des mathématiques : sur la méthodologie de recherche. *Petit x*, n°86.
- Katz V. and Tzanakis C., eds (2011) *Recent Developments on Introducing a Historical Dimension in Mathematics Education*, MAA (Mathematical Association of America).