

Équations du troisième et du second degré, Viète

François Viète :



François Viète est un mathématicien du XVI^{ème} siècle. Il développe des méthodes pour résoudre des équations du troisième degré en se ramenant à des équations du second degré, qu'il détaille dans son œuvre « *Artem Analyticam Isagoge* » de 1591, ce qui permettra une amélioration des techniques du calcul algébrique. Il y utilise pour la première fois des lettres où les voyelles représentent les inconnues tandis que les consonnes sont des nombres réels considérés connus. Par exemple:

$$3 \text{ in } Aq + F 5 \text{ in } A - Ac \text{ œquatur } D.$$

Aujourd'hui cette égalité serait traduit par :

.....

Voyons maintenant la traduction littérale de l'énoncé de deux théorèmes ainsi que leur démonstration comme l'entend Viète.

Source (larousse.fr)

Théorème I :

« Si A cube $- 2 B$ carré par A est égal à B cube ; A carré $- B$ par A sera égal à B carré.
 A cube est égal à B cube $+ 2 B$ carré par A , et en ajoutant aux deux parties B cube, A cube $+ B$ cube est égal à $2 B$ cube $+ 2 B$ carré par A .
Que tous soient divisés par $A + B$; là naît A carré $- B$ par $A + B$ carré ; ici $2 B$ carré.
Et conséquemment B carré étant retranché des deux côtés, A carré $- B$ par A sera égal à B carré.
Si A cube $- 18 A$, est égal à 27 . Donc A carré $- 3 A$, sera égal à 9 . »

1. Comment interpréter « *Que tous soient divisés par $A + B$* » ?
Quelle hypothèse doit-on donc faire ?
2. Écrire le texte ci-dessus avec les notations actuelles.
3. Vérifier la validité des calculs de François Viète.
4. Quelle est la valeur de B dans la dernière ligne ?

Théorème II :

*« Si $2 B$ carré par $A - A$ cube est égal B cube ; A carré + B carré par A sera égal à B carré.
Si $18 A - A$ cube, est égal à 27 . Donc A carré + $3 A$, sera égal à 9 . »*

1. Écrire le texte ci-dessus avec les notations actuelles.
2. Développer l'expression $(A - B)(A^2 + AB + B^2)$.
3. Factoriser l'expression $2B^2A - 2B^3$ par $A - B$.
4. Démontrer le théorème II en utilisant la méthode de François Viète, présentée dans la première partie.